



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)	
Resumen de la Unidad:	En esta unidad, el estudiante explorará las funciones trigonométricas y comprobará la relación que existe desde un ángulo de un triángulo rectángulo. El estudiante aprenderá una variedad de identidades trigonométricas y aplicará funciones trigonométricas para resolver triángulos. Desarrollará y aplicará definiciones de la función de seno y coseno, desarrollará identidades fundamentales y resolverá problemas de la vida diaria.
Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)	
PE1 ¿Por qué usarías funciones trigonométricas para resolver triángulos?	CD1 Las funciones trigonométricas nos permiten resolver los triángulos.
PE2 ¿Por qué son útiles las identidades?	CD2 Una identidad es un enunciado valido para todos los valores de una variable para cual la expresión en la ecuación está definida.
PE3 ¿Cómo se relacionan las identidades entre funciones a sus gráficas?	CD3 Las gráficas trigonométricas y sus inversas nos permiten hacer decisiones informadas.
PE4 ¿Cómo se relacionan las funciones de seno y coseno?	CD4 Las identidades nos pueden ayudar a entender las relaciones entre funciones trigonométricas.
Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)	
T1. Los estudiantes aplicarán identidades trigonométricas para resolver problemas de la vida diaria.	
<i>El estudiante adquiere destrezas para...</i>	
A1. Enunciar en términos de triángulo las definiciones de las seis funciones trigonométricas.	
A2. Analizar cambios de las funciones trigonométricas.	
A3. Evaluar relaciones algebraicas entre funciones trigonométricas.	
A4. Diferenciar entre fórmulas de ángulo doble y ángulo medio para calcular el seno y el coseno del ángulo. (+)	
Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)	
Estándar de Geometría	



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ES.G.33.2	Explica y usa la relación entre seno y coseno de ángulos complementarios.
(+) ES.G.33.4	Desarrolla las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble ángulos, funciones secante, cosecante, tangente y cotangente; las cuales se utilizan para simplificar expresiones trigonométricas y resolver triángulos.
Estándar de Funciones	
(+) ES.F.30.1	Demuestra la identidad pitagórica $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta)=1$ y la usa para hallar $\text{sen}(\theta)$, $\text{cos}(\theta)$, o $\text{tan}(\theta)$ dados $\text{sen}(\theta)$, $\text{cos}(\theta)$, o $\text{tan}(\theta)$ y el cuadrante del ángulo.
(+) ES.F.30.2	Demuestra las fórmulas de suma y resta para seno, coseno y tangente, y las usa para resolver problemas.
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	
PM1	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
PM2	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM4	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: ES.G.33.2 (+)ES.G.33.4 (+)ES.F.30.1 (+)ES.F.30.2</p> <p>PM: PM1 PM2 PM4 PM5 PM7</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: A1/A2/A3/A4</p>	<ul style="list-style-type: none"> Cómo aplicar una variedad de identidades trigonométricas, incluyendo las fórmulas de ángulo doble y ángulo medio. Cómo interpretar identidades trigonométricas para evaluar funciones trigonométricas. 	<p><i>Patrones y relaciones Formas geométricas Representaciones</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Utilizar gráfica de funciones para describir la simetría (impar o par; Teorema sobre funciones trigonométricas pares e impares) Mostrar la identidad pitagórica $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ y la usa para hallar seno θ, cos θ, tan θ, dados sen θ, cos θ o tan θ, y el cuadrante del ángulo. Desarrollar las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales 	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor e ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</i></p> <p><i>Encontrar errores en identidades Trigonómicas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes completarán una hoja de cálculo en donde corregirán errores de cálculos que involucran identidades trigonométricas. (ver abajo) 	<p><i>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Use la identidad para evaluar $\sin(105^\circ)$. Expresa $\sec\theta$ ($\tan\theta$) en términos de $\sin\theta$ ¿Cuál NO es una identidad? <ul style="list-style-type: none"> $1 + \cos^2\theta = \sin^2\theta$ $\csc^2\theta - 1 = \cot^2\theta$ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ $1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$ Usa las identidades de ángulo medio para evaluar $\cos(15^\circ)$ y $\sin(15^\circ)$. <p><i>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Comenzando por $\cos^2x + \sin^2x=1$ y usando tu conocimiento de las identidades por cociente y recíproca, deriva una identidad equivalente en términos de la tan x y la sec x. Muestra todo el proceso. <p>(Fuente: http://www.amaps.org/leftfiles/Syllabi/Algebra%202%20Sample%20Tasks.pdf)</p> <ul style="list-style-type: none"> Dibuje las gráficas de $\sin(x)\cos(x)$ y $\sin(2x)$ en su libreta. Explique la relación entre ellos en términos de identidades trigonométricas. <p><i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i></p> <p>Use la información para orientar la clase del día.</p>	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p><i>Teno...quien tiene</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad de repaso los estudiantes juntan preguntas y respuestas sobre las identidades trigonométricas. (ver abajo) <p><i>Rompecabezas de identidades trigonométricas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad, los estudiantes arreglarán 16 cuadrados para formar un cuadrado grande usando identidades trigonométricas. (ver anejo: "TR.4 Actividad de aprendizaje: Rompecabezas trigonométrico") <p><i>Identidades trigonométricas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad, los estudiantes modelarán problemas y revisarán identidades trigonométricas. (ver anejo: "TR.4: Actividad de aprendizaje: Identidades trigonométricas") <p><i>(+)Identidades de ángulo doble</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad, los estudiantes revisan ejemplos de identidades de ángulos dobles. (ver anejo: "TR.4 Actividad de aprendizaje: Identidades de ángulo doble")



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominios y destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>de suma y diferencia para seno, coseno y tangente y las usa para resolver problemas.</p> <ul style="list-style-type: none"> Comprobar (demostración) en un ángulo de triángulo rectángulo se cumplen las identidades fundamentales: recíprocas, de cocientes, pitagóricas, ángulos negativos, suma o diferencia de ángulos, cofunciones, ángulo doble y ángulo medio, producto a sumas o restas. Utilizar 		<ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	<p><i>Ejemplo 1 para planes de la lección: (+)Identidades Trigonómicas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Se les presentará a los estudiantes un conjunto de preguntas de pensamiento crítico que involucran identidades trigonométricas. Luego, el maestro mostrará a la clase una variedad de identidades trigonométricas incluyendo las fórmulas de ángulo doble y medio. (ver anejo: “TR.4 Lección de practica: Identidades Trigonómicas”)



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>identidades trigonométricas para hallar valores de las seis funciones trigonométricas de θ en condiciones dadas y simplificar sus expresiones.</p> <ul style="list-style-type: none">• Utilizar identidades fundamentales para simplificar o escribir una expresión en términos de otra, para cualquier ángulo agudo θ.• Utilizar identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble			



Unidad Trig.4: Identidades Trigonométricas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>ángulos, funciones secante, cosecante, tangente y cotangente para simplificar expresiones trigonométricas</p> <ul style="list-style-type: none">• Verificar una identidad (lado izquierdo) transformándola en otra dada (lado derecho).• Encontrar el cuadrante que contenga θ si las condiciones dadas son verdaderas.• Utilizar las fórmulas para funciones negativas para verificar una identidad			



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		trigonométrica. <ul style="list-style-type: none"> • Utilizar identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, ángulo doble y ángulo medio, funciones secante, cosecante, tangente y cotangente para resolver problemas de la vida diaria. 			
Vocabulario de Contenido					
	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones Trigonómicas • Identidades Trigonómicas Pitagóricas • Fórmula de ángulo doble 	<ul style="list-style-type: none"> • Fórmula de ángulo medio • Identidad Trigonómica • Función par • Función impar 			



ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Martin Plimmer**
 - *Más allá de la coincidencia*
- **Juan Carlos Arce**
 - *El matemático del rey*
- **Marcus Du Sautoy**
 - *La música de los números primos: El enigma de un problema matemático abierto*
- **Eli Maor**
 - *Trigonometric Delights*

Recursos adicionales

- La actividad “Rompecabezas de identidades trigonométricas” fue tomada de <http://www.pleacher.com/handley/lessons/trig/trgcutup.html>
- Las actividades “Identidades trigonométricas” y “Identidades de ángulo doble” fueron tomadas de <http://www.wsfcs.k12.nc.us/Page/7246>
- La tarea de evaluación “Encontrar Errores en Identidades Trig” fue tomada de <http://www.pleacher.com/mp/mlessons/trig/finderr.pdf>
- El plan de lección “Identidades Trigonómicas” fue tomado de <http://instruct.westvalley.edu/ellis/WebLessonPlans/28TrigIdentities.pdf>



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

Encontrar errores en identidades Trigonómicas

- Pase la hoja de cálculo (“ver anejo: TR.4 Tarea de desempeño: Encontrando Errores”). La hoja de cálculo contiene un número de cálculos que involucran identidades trigonométricas. Los estudiantes deben decidir si los cálculos están correctos. Si están erróneos, deberán corregir el error.

Rúbrica

- Experto: Todas las respuestas están correctas y las gráficas, correcciones y explicaciones son claras.
- Competente: 80% -90% de las respuestas están correctas y algunas explicaciones son claras.
- Básico: Menos del 80% de las respuestas están correctas.



Unidad Trig.4: Identidades Trigonómicas
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Actividades de aprendizaje sugeridas

Tengo...quién tiene

- Haz dos columnas; la primera lleva "Tengo" de título y la segunda lleva "Quién tiene". La primera columna es para las respuestas y la segunda es para las preguntas (las repuestas son de la pregunta en la línea anterior). Para un ejemplo de esto con identidades trigonométricas básicas, ver anejo: "TR.4 Actividad de Aprendizaje - Tengo, quién tiene." A continuación, crea tarjetas por cada pregunta y respuesta que hayas preparado; sin embargo, la tarjeta debe tener la respuesta de la próxima pregunta de la lista. En el ejemplo con identidades trigonométricas fundamentales, la tarjeta número dos dice: "Tengo $\cos A$. ¿Quién tiene $\sin^2 A + \cos^2 A$?" La tercera tarjeta dice "Tengo 1. ¿Quién tiene $1/\sin A$?" La respuesta a la pregunta en la tarjeta dos se halla en la tarjeta tres. Repárteles las tarjetas a los estudiantes al azar. Quédate con la primera tarjeta de la lista para que tú empieces y termines el ejercicio. Lee la primera tarjeta. El estudiante que tenga la respuesta a la primera pregunta entonces lee su tarjeta. El estudiante que tenga la respuesta a esa pregunta entonces lee su tarjeta, y así sucesivamente hasta que todos hayan leído la suya.

(Fuente: <http://www.pleacher.com/handle/lessons/trig/ihave.html>)